# تقييم أخطاء قياس جرعة التعرض لأشعة γ بواسطة مقياس جرعة فيلم التصوير

**عبد الحفيظ مبروك المقرحي**
مركز البحوث النووية تاجوراء
abdulhafid.m.m@gmail.com

**ماجدة معتوق مسعود**
جامعة غريان
majedamatog@gmail.com
https://orcid.org/0009-0008-4929-8967

**محمد سالم الساحلي**
مركز البحوث النووية تاجوراء
mhmdsahly232@gmail.com

تاريخ الاستقبال 2026/5/15 تاريخ القبول 2026/6/6

**الملخص:**

الورقة تعرض نموذج احصائي (Statistical model) لبناء العلاقة بين جرعة التعرض (Exposure dose) لأشعة γ وكثافة الاسوداد لفيلم التصوير، ويوضح إمكانية تمثيل العلاقة بينهما بواسطة طريقة المربعات الصغرى ( The least squares method ). تؤكد الورقة على صحة العلاقة الخطية بينهما وذلك بإيجاد معامل الترابط (Coefficient of Correlation). كما تؤكد الأفضلية لانحراف قيم كثافة الاسوداد المقاسة للفيلم عن القيم المحسوبة بطريقة المربعات الصغرى عن انحراف هذه القيم عن القيم المتوسطة وذلك بواسطة معيار فيشر(Fishers criteria).

بالورقة تم تقدير الخطأ النسبي لمجال القياس: 7-500 mR فتوضح أن نسبة الخطأ 25% ≥ في أسوأ الاحتمالات عند 200 mR وهو الخطأ المسموح به للاستخدام هذه الافلام لقياس جرعة التعرض للعاملين في الحقل الاشعاعي حسب متطلبات الوكالة الدولية للطاقة الذرية.

يمكن الاستفادة من البحث عمليا حيث تمكن العامل على إيجاد جرعة التعرض بواسطة برنامج معد بالكمبيوتر مبني على النموذج الاحصائي بالورقة. من خلال قياس جرعة التعرض وبالدقة المطلوبة يتحقق ضمان العمل الامن مع المواد المشعة والذي يوفر صحة وسلامة العاملين في الحقل الاشعاعي.

**الكلمات المفتاحية**: جرعة التعرض لأشعة جاما، فيلم التصوير، طريقة المربعات الصغرى، معامل الترابط، معيار فيشر.

**Abstract:**

InThis paper presents astatistical model that establishes a relationship between the γ-ray exposure dose and the optical density of photograph ic film. The linear relationship is

approximated using the least squares method, and its reliability is con firmed by calculating the correlation coefficient.

The significance of deviations between the measured optical density v alues and those predicted by the regression model is assessed using Fi sher's criterion. The relative error of measurements is estimated across the dose range of 7-500 mR. It is shown

that in the worst case (at 200 mR), the relative error does not exceed 2 5 %,
which complies with the requirements of the International Atomic Ene rgy Agency for monitoring occupational radiation exposure.

The proposed model can be implemented in practice: a dedicated com puter program allows users to determine the radiation dose based on fi lm darkening, ensuring the required measurement accuracy. This enab les safe handling of radioactive materials and contributes to the protect ion of workers in radiation-hazardous environments.

**Keywords:** exposure dose of gamma radiation, photographic film, lea st squares method, correlation coefficient, Fisher's criterion.

**مقدمة :**

منذ أن أكتشف العالم رونتجن الأشعة السينية (x) في عام 1895، ومن بعده العالم بيكريل المكتشف لظاهرة النشاط الإشعاعي عام 1896، واكتشاف وجود أشعة لا تنحرف في المجال المغناطيسي وهي أشعة γ [أبراموف ، 2006 ]، ظهرت أهمية قياس الجرعة التي يتعرض لها مستخدمي هذه الأشعة، حتى يستطيعوا العمل في بيئة صحية أمنة دون أن يعرضوا أنفسهم لمخاطر هذه الأشعة. تعرف جرعة التعرض

لأشعة x أو أشعة γ بأنها مقدار فيزيائي لوصف كمية التأين التي تحدث في المادة المصنوع منها فيلم التصوير وهي بلورة بروميد الفضة (AgBr) .[ماكسيموف، 1989 ].

عند سقوط أشعة x أو γ علي البلورة، يحدث أبعاد للإلكترونات من الايونات السالبة للبروميد ($Br^-$) أو بالمواد المحيط بالبلورة ، وبسبب أن ذرات الفضة موجودة بالبلورة في شكل أيونات موجب($Ag^+$) ، فهي تكتسب هذه اللإلكترونات لتتحول الي ذرات فضة متعادلة .[كازالوف، 1977 ]. وبسبب أن عدد هذه الذرات المتعادلة للفضة لا يكفي للكشف عن تأثير التأين الذي حدث للبلورة، تجري عملية تحميض للفيلم، والتي تؤدي الي زيادة في عدد ذرات الفضة يتم الكشف عن هذه الذرات بواسطة جهاز مقياس الكثافة، والذي يعرف بالدنسيتوميتر .(Densitometer). الجهاز يقيس شدة الضوء المرئي الذي يخترق الفيلم، فكلما زاد التأين تزداد عدد ذرات الفضة المتعادلة والتي بتجمعها تحجب الضوء أي تكون ما يعرف بالاسوداد .

فكرة قياس جرعة التعرض تعتمد علي وجود العلاقة الطردية بينها وبين كثافة الاسوداد والتي نشئه بسبب ذرات الفضة المتعادلة . عند تعريض فيلم التصوير لجرعات معلومة، يمكن قياس كثافة الاسوداد ورسم منحني المعايرة

من الناحية العملية في العادة لا تكون نتائج القياس موجودة على الخط تماما ، لذلك تستخدم طريقة المربعات الصغرى لكي تعبر عن نتائج القياس بأكثر دقة .

**مشكلة البحث**: عند قياس جرعة التعرض لأشعة γ تعتبر عملية تفسير منحنى الرسم البياني للمعايرة (Interpretation of the calibration graph) من الاشياء الرئيسية التي تعتمد عليها دقة القياس، لذلك يستوجب أنشاء نموذج إحصائي يحقق الدقة المطلوبة.

**الهدف من البحث**: أنشاء نموذج إحصائي مبني على نتائج قياس واقعية يحقق الدقة المطلوبة عند قياس جرعة التعرض لأشعة γ .

**طريقة قياس جرعة التعرض لأشعة γ**

تتعرض المادة المصنوع منها الفيلم وهي بلورة بروميد الفضة (AgBr) إلى جرعات معلومة بفعل مصدر لانبعاث أشعة γ وهو الكوبلت (Co-60) ذو طاقة لأشعة γفي المتوسط (1.25 Mev) وتحسب الجرعة وفق المعادلة التالية:

$$D = \frac{K_\gamma A t}{R^2} \qquad (1)$$

حيث يرمز الي: Kγ: معامل γ (Gamma factor)

A : النشاط الأشعاعي للمصدر وقت إجراء المعايرة

t: زمن التعرض لأشعة γ

R: المسافة بين المصدر وحامل الفيلم

عندما تتعرض بلورة بروميد الفضة (AgBr) إلى أشعة γ يحدث تأين للمادة المصنوع منها -حامل الفيلم (البلاستيك) وأيونات السالبة للبروميد (Br) ما يؤدي إلى اكتساب الأيونات الموجبة للفضة ($Ag^+$) إلكترونات فتصبح ذرات متعادلة، وبعد إجراء عملية التحميض لفيلم التصوير بواسطة الجهاز (XR 24 Pro) يزداد عدد ذرات الفضة في الأماكن التي حدث فيها التأين بقدر كبير يصل الي $10^{10}$ من $10^{12}$مرة.

والتفاعل التالي يوضح تأثير عملية التحميض علي الفيلم:

$$Ag^+ + e \rightarrow Ag$$

يوضع فيلم التصوير بعد التحميض في جهاز مقياس الكثافة الضوئية ( Digital Densitometer(X-Rite 301))

وتؤخذ$m = 5$ قراءات عند كل جرعة تعرض وتسجل الجرعة المتوسطة والخطأ العشوائي والذي يحسب بالمعادلة التالية [25، 26].

$$e_r = t\sqrt{\frac{1}{m(m-1)}\sum_{i=1}^{m}(S_i - \bar{S})^2} \qquad (2)$$

**حيث يرمز إلى:**

t : معامل ستودينت عند m=5، متوسط كثافة الاسوداد للفيلم [27]

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{m} S_i}{m} \qquad (3)$$

المبدأ الذي يعمل به جهاز قياس الكثافة وفق المعادلة التالية [28]:

$$S = log\, I_0/I \qquad (4)$$

**حيث يرمز إلى:**

$I_0$: شدة الضوء الساقط علي فيلم التصوير.

I : شدة الضوء النافذ خلال فيلم التصوير .

S: كثافة الاسوداد والتي تكونت بفعل تجمع ذرات الفضة المتعادلة .

تستخدم طريقة المربعات الصغرى لرسم العلاقة بين الجرعة وكثافة الاسوداد للفيلم. ونتيجة
لوجود علاقة طردية بين جرعة التعرض وكثافة الاسوداد أفترض في البداية شكل العلاقة كما بالمعادلة التالية [27]:

$$S = a + bD \qquad (5)$$

حيث يرمز الي a و b: معاملات ثابتة

تتلخص طريقة المربعات الصغرى في إيجاد المعاملات a و b وفق المعادلتين التاليتين[29]:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i \ \sum_{i=1}^{n} D_i^2 - \sum_{i=1}^{n} D_i \ \sum_{i=1}^{n} D_i S_i}{n \sum_{i=1}^{n} D_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} D_i\right)^2} \qquad (6)$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^{n} D_i S_i - \sum_{i=1}^{n} D_i \sum_{i=1}^{n} S_i}{n \sum_{i=1}^{n} D_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} D_i\right)^2} \qquad (7)$$

**حيث يرمز إلى:**

n: عدد مرات القياس (n=10)

ويحسب مقدار الخطأ بالمعادلتين التاليتين [29]:

$$e_a^2 = e_S^2 \ \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{\Delta} \qquad (8)$$

$$e_b^2 = e_S^2 \ \frac{n}{\Delta} \qquad (9)$$

حيث يرمز: $e_S^2$ تقدير التشتت لكثافة الاسوداد (S).

عن كثافة الاسوداد المحسوبة بطريقة المربعات الصغرى والتي تساوي[27]

$$e_S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(S_i - a - bD_i)^2}{n-2} \qquad (10)$$

ويرمز إلى: Δ المحدد والذي يساوي:

$$\Delta = n\sum_{i=1}^{n} D_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} D_i\right)^2 \qquad (11)$$

ويقدر الخطأ العشوائي للمعامل a و b:

$$\Delta_a = e_a\, t \qquad (12)$$

$$\Delta_b = e_b\, t \qquad (13)$$

حيث يرمز إلى:

T : معامل ستودينت (Students coefficient) والذي تم إيجاده بالجدول [10]

ولضمان أن العلاقة خطية بين جرعة التعرض وكثافة الاسوداد يتم إيجاد معامل الترابط (r) بالمعادلة التالية [ 27، 28]:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[(D_i - \bar{D})\,(S_i - \bar{S})\right]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2 \sum_{i=1}^{n}(S_i - \bar{S})^2}} \qquad (14)$$

حيث يرمز الي المتوسط عن جرعة التعرض وكثافة الاسوداد[27]:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n} \qquad (15)$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i}{n} \qquad (16)$$

ولإثبات أن طريقة المربعات الصغرى تعبر عن العلاقة بين جرعة التعرض وكثافة الاسوداد أفضل من القيم المتوسطة يستخدم معيار فيشر (F) كما بالمعادلة التالية:

$$F = \frac{e_S^2}{e_S^2} \qquad (17)$$

حيث يرمز إلى التشتت عن المتوسط [28]:

$$e_S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(S_i - \bar{S})^2}{n-1} \qquad (18)$$

نتائج القياس والمناقشة بواسطة المعادلة (1) تم إيجاد الجرعة (DR) علي مسافة (R=100cm) من المصدر (Co-60) ذو النشاط الاشعاعي وقت إجراء التجربة $(A = 156.25\ mci)$ وعند زمن قدره (t=1h) وبمعلومية

$$(K\gamma = 12.8R.cm^2/(h.mci))$$

وبعد التعويض بالمعادلة (1) تكون الجرعة (D=0.2R) وعند تحويلها إلي mRتصبح .(200mR) وعند تعريض حامل الفيلم لأزمنة مختلفة وعند نفس المسافة (R=100 cm) تكون الجرعات كما موضح بالجدول(1)

**جدول (1) نتائج جرعات تعرض حامل فيلم التصوير لأزمنة مختلفة.**

| **جرعة التعرض mR** | 70 | 80 | 90 | 100 | 120 | 150 | 170 | 190 | 200 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **زمن التعرض min** | 21 | 24 | 27 | 30 | 36 | 45 | 51 | 57 | 60 | 150 |

وبعد إجراء عملية التحميض لفيلم التصوير، سجلت القراءات من مقياس الكثافة وبتكرار 5 مرات. متوسط هذه القراءات موضحة بالجدول (2)

**جدول ( 2 ) متوسط قياس كثافة اسوداد فيلم التصوير عند تعرضه لجرعات مختلفة**

| جرعة التعرض mR | 70 | 80 | 90 | 100 | 120 | 150 | 170 | 190 | 200 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| كثافة اسوداد فيلم التصوير | 0.06 | 0.08 | 0.13 | 0.16 | 0.17 | 0.21 | 0.24 | 0.29 | 0.32 | 0.72 |

الخطأ الناشئ عن الانحراف عن القيمة المتوسطة تم حسابه بواسطة المعادلة (2) والذي يساوي. 0.017

ثم حساب المعاملات a و b بطريقة المربعات الصغرى بالمعادلتين (6) و (7) وكانت النتائج علي النحو التالي:

a= -0.011 و b = 0.001493 أما تقدير الأخطاء القياسية الناشئة فتم حسابها بالمعادلتين (12) و(13) وسجلت: $\Delta a = \pm 0.02824 , \Delta b = \pm 0.0001376$ من هنا نلاحظ أن $\Delta a > |a|$ أي أن قيمة الخطأ تتجاوز قيمة المعامل الحر a ما يؤدي إلي عدم إمكانية استخدام طريقة المربعات الصغرى بواسطة المعادلة (5) لرسم منحنى المعايرة بين جرعة التعرض وكثافة الاسوداد.

بالمرجع(2) يوضح أن العلاقة بين جرعة التعرض وكثافة الاسوداد هي دالة كالتالي: $S = f(\log(D))$. لذا تم اقتراح أن تكون العلاقة بينهما كما بالمعادلة التالية:

$$S = a + b \log(D)$$

لذلك حولت قيم جرعات التعرض إلى لوغاريتم كما يوضح الجدول (3).

**جدول(3 ) العلاقة بين لوغاريتم جرعة تعرض فيلم التصوير وكثافة اسوداده.**

| log(D) | كثافة اسوداد فيلم التصوير |
|---|---|
| 1.845 | 0.06 |
| 1.903 | 0.08 |
| 1.954 | 0.13 |
| 2 | 0.16 |
| 2.079 | 0.17 |
| 2.176 | 0.21 |
| 2.23 | 0.24 |
| 2.279 | 0.29 |
| 2.301 | 0.32 |
| 2.699 | 0.72 |

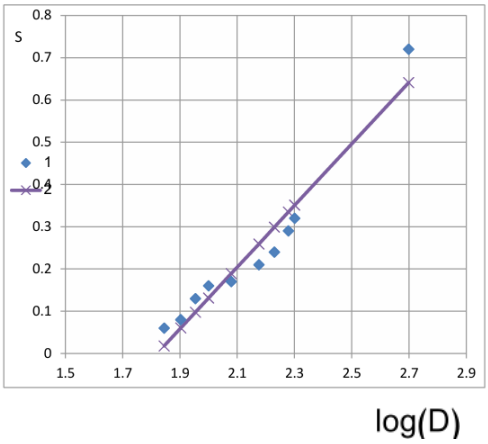
وبعد فرض x = log(D) والتعويض في المعادلة (5) تكون النتيجة:

S = a + bx وبنفس الخطوات الســابقة في إيجاد a و b بواســطة طريقة المربعات الصغرى تكون النتائج كالتالي:

$a = -1.33$ و $b = 0.729$ وقيمة الخطأ $\Delta a = \pm 0.3261 , \Delta b = \pm 0.151$

ونلاحظ أن: $\Delta a < |a| , \Delta b < |b|$

الشكل التالي يوضح العلاقة بين جرعة التعرض وكثافة الاسوداد:




**شكل العلاقة بين لوغاريتم جرعة التعرض log(D) وكثافة اسوداد لفيلم التصوير (S)**

**نتائج التجربة – النتائج النظرية:**

من الشكل يتضح وجود عالقة خطية بين جرعة التعرض وكثافة االسوداد .

بواسطة المعادلة (14) تم إيجاد المعامل r والذي يساوي: r = 0.97 .

أي أن r > 0.90 [5] ما يؤكد صــحة العالقة الخطية بين الجرعة والكثافة ويؤكد صحة المعادلة $S = a + b \log(D)$ في رسم منحني المعايرة بينهما .

معامل فيشر تم إيجاده بواسطة المعادلة (17) وكان : F =15 وبالمقارنة بالجدول كما [(دليل المعمل) ، موسكو .2018 ] $F_t$=3.4 .أي أن $F > F_1$ ما يؤكد أن طريقة المربعات الصغرى تمثل نتائج بشكل أفضل من المتوسط. الجدول

التالي (4) يوضح الفرق بين نتائج قياس كثافة السوداد والكثافة المحسوبة بواسطة طريقة المربعات الصغرى بالمعادلة$S = a + b \log(D)$ :

**جدول(4) الفرق بين كثافتي السوداد المقاسه والمحسوبة عند جرعات تعرض مختلفة لفيلم التصوير.**

| log(D) | كثافة الاسوداد المحسوبة | كثافة الاسوداد المقاسة | الفرق بين الكثافتين |
|---|---|---|---|
| 1.845 | | 0.06 | |
| 1.903 | 0.08 | 0.0603 | -0.0197 |
| 1.954 | 0.13 | 0.0975 | -0.0325 |
| 2 | 0.16 | 0.131 | -0.289 |
| 2.079 | 0.17 | 0.189 | 0.0187 |
| 2.176 | 0.21 | 0.259 | 0.0494 |
| 2.23 | 0.24 | 0.299 | 0.0588 |
| 2.279 | 0.29 | 0.335 | 0.0446 |
| 2.301 | 0.32 | 0.351 | 0.0306 |
| 2.699 | 0.72 | 0.641 | -0.0791 |

ولحساب مقدار الخطأ عند قياس جرعة التعرض التي تعرض لها العامل أثناء العمل في مجال الأشعة المؤينة ، نفرض في أسوء الاحتمال أن سجلت كثافة الاسوداد :

0.077=0.06+0.017 . وبعد التعويض في المعادلة

S=a+b log (D) . وبمعلومية a=-1.33 و b=0.729 تكون Log(D) = 1.93 أي أن$10^{1.93}$ = D فتصبح D=85 mR.

15=85-70 ، 0.21 =15/70 أي 21%وبنفس هذه الخطوات سجلت نسبة الخطأ لباقي جرعات التعرض نتائج هذه الحسابات موضحة بالجدول (5)

**جدول (5) الخطأ النسبي عند أسواء احتمال عن جرعات تعرض مختلفة لفيلم التصوير**

| جرعة التعرض mR | 70 | 80 | 90 | 100 | 120 | 150 | 170 | 190 | 200 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الخطأ النسبي % | 21 | 13 | 18 | 17 | 10 | 18 | 21 | 17 | 13 | 37 |

**الاستنتاج:**

النموذج الرياضي للعلاقة بين جرعة التعرض لأشعة γ (D )، و كثافة الاسوداد لفيلم التصوير(S )، والذي تمثله المعادلة : S=a+b log (D) ، يحقق القياس لجرعة التعرض للعاملين في مجال الأشعة المؤينة من 200÷70 بنسبة خطأ ال تتجاوز ±25% في أسوءا ألاحتمالات والذي يوصي به بالمرجعين [Scientists، 2024] [dosimeter ، 1985] كما موضح بالجدول (5). من المعروف أن جرعة التعرض المسموح بها في السنة كما توصي به الوكالة الدولية للطاقة الذرية هي : 2000 mR /year عند عدد ساعات العمل2000 h [Standards ، 2006] وبذلك تكون عند 3 أشهر هي 500 mR كحد أقصى. عمليا جرعة تعرض العامل أقل من الجرعة القصوى، ما سمح باستخدام مقياس جرعة التعرض لفيلم التصوير في مراقبة تعرض العاملين في مجال الأشعة المؤينة ما يحقق السالمة الصحية لهم .

**المراجع**

.[1]أبراموف، تاريخ الفيزياء النووية ،جامعة ابنينسكي التقنية الحكو مية، ISBN 2-00270 ، -484-5موسكو.2006

.[2]ماكسيموف، التلوث الإشعاعي وقياسه ، ISBN 283-5 1-02930 - موسكو.1989

.[3]كازالوف، دليل الأمان الإشعاعي ، موسكو.1977

.[4]كوتكوف، أساس المراقبة الإشعاعية في محطة الطاقة الذرية ، موسكو.2005

. [5] ميتين ، تحليل نتائج القياس ،جامعة موسكو الحكومية ،

ISBN 2-0022-8279-5، موسكو .2002

.[6]نوفيتسكي، تقدير أخطاء نتائج القياس ، ISBN 0451307-283-5 لينينغراد .1991

.[7] الجرعة عن الأشعة المؤبنة (دليل المعمل) ، موسكو .2018

.[8]المواصفة الفنية ودليل الاستخدام للدوزيميتر التصويري الشخصي،

TO 001 ، .2.700موسكو .1979

[9].statistics for Data Scientists : An Introduction to Probability , Statistict , and Data Analysis. Springer , 2024

[10]. Jon Flatby, The film dosimeter, State Institute of Radiation Hygiene, Denmark ,1985.

[11]. IAEA Safety Standards, General Safety GuideNo.GSG-8,2006.