

الحل العددي لمعادلة ماكسويل الموجية لبلورة فوتونية أحادية البعد

علي امحمد بشير المجاهد

عبدالحميد سالم العجمي

كلية التربية، جامعة طرابلس

كلية الآداب، جامعة غريان

a.elmujahid@uot.edu.ly

Abdulhamidalajmi77@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0000-4892-880x>

<https://orcid.org/0009-0003-0639-4514>

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20106804>

المستخلص:

يتحدد سلوك الموجات الكهرومغناطيسية بناءً على الخصائص الفيزيائية للوسط الذي تنتشر من خلاله [4, 10, 24, 25, 27]. وتنفرد الأفلام الرقيقة ذات الترتيب الدوري المتعاقب بتأثيرات بصرية تختلف جوهرياً عن الأوساط المتجانسة، سواء في الأبعاد الأحادية أو الثنائية [3, 9, 16]؛ مما يمنحها ميزة تنافسية في تطبيقات تقنية متعددة، أبرزها قطاع الاتصالات [20].

تناقش هذه الورقة آلية انتشار الموجات الكهرومغناطيسية في بُعد واحد [7, 14]، حيث تم تصميم عينة ذات خصائص بصرية متباينة، واستخدام بيئة المحاكاة الحاسوبية في هذا الوسط [4, 5, 11, 26, 30]. تهدف الدراسة إلى تحديد الترددات الكهرومغناطيسية الممنوعة (Photonic Bandgaps)، مع تحليل دقيق لتأثير التغير في النسب الهندسية أو الفيزيائية المكونة للتركيب على عرض هذه الفجوة الترددية.

الكلمات المفتاحية: الأفلام الرقيقة، الموجات الكهرومغناطيسية، فجوة النطاق، طريقة تمديد الموجة المستوية.

Abstract

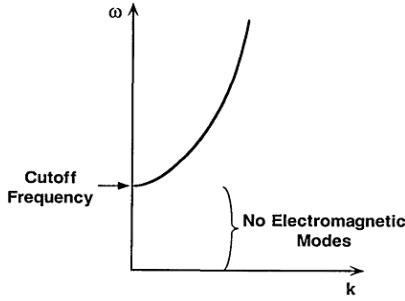
The behavior of **electromagnetic waves** is governed by the physical properties of the medium through which they propagate [4, 10, 24, 25, 27]. **Thin films** with periodic sequential ordering exhibit optical effects that differ fundamentally from homogeneous media in both one-dimensional and two-dimensional configurations [3, 9, 16]. This distinct behavior provides a competitive advantage across various technological applications, most notably within the **telecommunications sector** [20].

This paper discusses the **electromagnetic wave propagation** mechanism in one dimension [7, 14]. A sample with heterogeneous optical properties was designed, and a computational simulation environment was employed to model this medium [4, 5, 11, 26, 30]. The study aims to characterize **photonic bandgaps** while providing a rigorous analysis of how variations in the geometric or physical ratios of the structure influence the bandwidth of these frequency gaps

Keywords:- thin films- electromagnetic waves- bandgap-plane wave expansion method

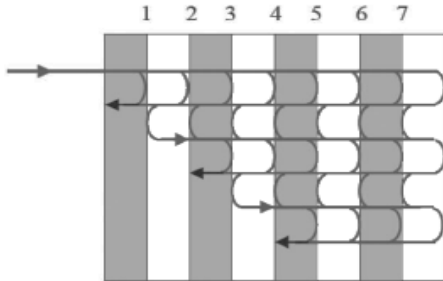
المقدمة

الافلام الرقيقة هي عبارة عن تراكيب عازلة ودورية وذلك بالتغيير الدوري في ثابت العزل، بحيث يتم أخذ مادتين عازلتين مختلفتين تماماً في معامل الانكسار، وتكرر تلك المادتين بشكل متعاقب (أى متناوب) للحصول على تركيبة دورية. إن الغاية من هذه التصميمات هو منع الموجات الكهرومغناطيسية من الانتقال في هذا الاتجاه الدوري للأفلام الرقيقة كما بالشكل (1) [19][10][7][23][6][18].



الشكل (1) الأنماط
الكهرومغناطيسية للانبعاش
التلقائي التي لها ترددات أقل
من تردد القطع تكون ممنوعة
من المرور خلال البلورة.

إن الطول الموجي للموجات الكهرومغناطيسية المنتشرة عبر الطبقات والمتعاقبة دورياً يحدث لها انعكاساً جزئياً بكل طبقة عند الحد الفاصل **الشكل (2)**، وهذه الانعكاسات المتعددة يحدث لها تداخل بناء وهدام يعيق حركة انتقال الموجات الساقطة إلى الأمام [12]. وبما أن الأفلام الرقيقة أحادية البعد وبالتالي فإن التداخلات البناءة والهدامة بين الموجات الساقطة والمنعكسة تسبب في انتقال الموجة من عدمه، وأما عن السلوك الموجي داخل الفجوة الممنوعة فإن هناك حالتان **الأولى** :- إذا كان الطول الموجي من ضمن تردد الفجوة فإنه سينشأ انعكاسات جزئية للموجات الساقطة عند الحد الفاصل للطبقات المتعاقبة، وتلك الموجات المنعكسة تكون متوافقة في الطور، وعند ذلك تتحد مع الموجات الساقطة ؛ لتخلق موجات موقوفة بحيث لا تستطيع الحركة خلال البلورة **والحالة الثانية** :- فإن الطول الموجي لا يقع ضمن تردد الفجوة وعليه فإن الموجات المنعكسة سوف لن تكون متوافقة في الطور، وبذلك تلغى بعضها البعض ، وفقاً لذلك فإن الموجات الساقطة تنتقل دون أن تعاني أي فقد في الطاقة .



الشكل (2) يبين الانعكاس الجزئي
للموجات عند الحدود الفاصلة بين
الطبقات المتعاقبة لعكس براج .

1- مشكلة البحث

تكمن المشكلة في الحاجة إلى التحكم الدقيق في انتشار الموجات الكهرومغناطيسية وتصميم عوازل بصرية عالية الكفاءة. وعلى الرغم من القدرات الواعدة للبلورات الفوتونية، إلا أن تحديد عرض فجوة الترددات الممنوعة (Photonic Bandgap - PBG) يتأثر بشكل حساس جداً بالمتغيرات الهندسية (مثل سمك الطبقات) والفيزيائية (مثل معامل الانكسار).

2- أهداف البحث

- تطوير كود برمجي: بناء خوارزمية محاكاة متكاملة باستخدام لغة (MATLAB) تعتمد على طريقة تمديد الموجة المستوية (PWE) لحل معادلات ماكسويل في الأوساط الدورية.
- تحليل بنية النطاق (Band Structure): رسم علاقة التشتت (Dispersion Relation) لتحديد نطاقات الطاقة المسموحة والممنوعة للموجات الكهرومغناطيسية.
- دراسة المؤثرات الفيزيائية: إستقصاء أثر التباين في معامل الانكسار بين طبقات البلورة على عرض الفجوة الترددية.
- تحسين التصميم: تحديد النسبة المثالية لسمك الطبقات التي تؤدي إلى توسيع فجوة الترددات الممنوعة لتطبيقات محددة مثل المرشحات البصرية أو الألياف الضوئية.

3- فرضيات البحث

1. **فرضية التباين:** وجود تباين عالٍ في معامل الانكسار بين المواد المكونة للبلورة سيؤدي بالضرورة إلى زيادة عرض فجوة الترددات الممنوعة.
2. **فرضية الدورية:** التغيير في ثابت الشبكة (Lattice Constant) يؤدي إلى إزاحة موقع الفجوة الترددية (Center Frequency) دون تغيير عرضها النسبي بالضرورة.

3. **فرضية الدقة البرمجية:** زيادة عدد الموجات المستوية المستخدمة في تمديد متسلسلة فورير داخل كود (MATLAB) سيؤدي إلى تقارب النتائج نحو الحل الدقيق، لكنه سيزيد من التكلفة الحسابية. (الزمن والذاكرة).

4. الإطار النظري

معادلات ماكسويل في الأوساط الدورية:

وذلك لما تمثله تلك المعادلات من أهمية في دراسة الأوساط الدورية، إن انتقال الموجات الكهرومغناطيسية في الأفلام الرقيقة خاضعة لمعادلات ماكسويل الأربعة [29]. قبل صياغة معادلات ماكسويل للوسط سيتم وضع بعض التقريبات التي تسهل عملية المعالجة الرياضية

وهي: أن شدة المجالات تكون صغيرة بحيث يتم التعامل مع نظام خطي (linear regime). وأن ثابت العزل لا يعتمد على التردد. والمادة تكون متناظرة (isotropic) بالتالي فإن المتجهات E و D تكون مرتبطة بثابت ϵ مضروباً في دالة العزل القياسية $\epsilon(\mathbf{r})$. بالتعامل مع المواد الشفافة (material transparent) يكون من الممكن معالجة $\epsilon(\mathbf{r})$ ككمية حقيقية موجبة. والنفاذية المغناطيسية $\mu(\mathbf{r})$ للأفلام الرقيقة تقترب جداً من الواحد الصحيح. وأخيراً لا وجود للشحنات الحرة والتيارات، وعليه لا توجد أي مصادر أو بالوعات لذلك ينبغي وضع $\rho = 0$ و $\mathbf{J} = 0$.

وفى ظل هذه التقريبات؛ فإنه يمكن وضع $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ و $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r})$ بالتالي فإن معادلات ماكسويل تصاغ كما يلي:

$$(2) \nabla \cdot [\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] = 0$$

$$(4) \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$(1) \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$$

$$(3) \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

ويطلق عليها معادلات ماكسويل للوسط الدوري.

المعادلات الموجية ومسائل القيم الذاتية:

يمكن الآن حذف إحدى هذه المتجهات $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ أو $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ من نظام معادلات ماكسويل للوسط الدوري للحصول على المعادلة الموجية للمجال الكهربائي أو المغناطيسي :-

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (5)$$

ويطلق عليها بالمعادلة الموجية للمجال الكهربائي.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (6)$$

وتدعى بالمعادلة الموجية للمجال المغناطيسي

الحلول الموجية للمعادلتين (5) و(6) يمكن كتابتها في صورة نمط مكاني مضروباً في الدالة الأسية المركبة كالاتي:

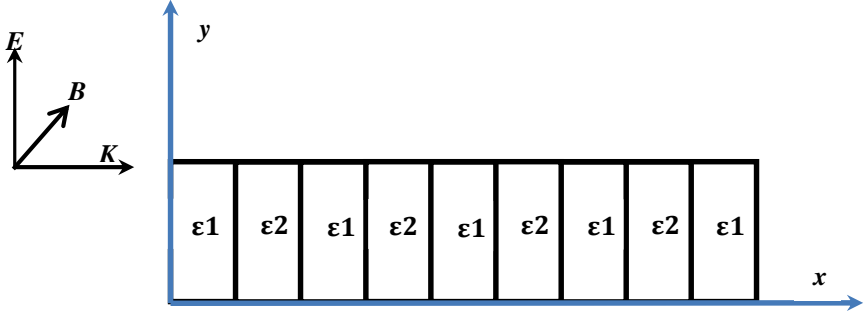
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$$

حيث إن ω تمثل التردد الذاتي و $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ و $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ تمثل الدوال الذاتية للمعادلات الموجية [1].

معالجة مسألة القيمة الذاتية للمجال الكهربائي في بعد واحد [14]

في حالة الترتيب الدوري في بعد واحد سيتم تصور فيلم رقيق متعدد الطبقات ينشئ من مادتين عازلتين، بحيث يكون ثابت العزل للطبقة الأولى ϵ_1 ، بينما الطبقة الثانية تكون ϵ_2 ، وبعد ذلك تنتظم هاتين الطبقتين في شكل دوري متعاقب إلى ما لانهاية في بعد واحد. كما في الشكل (3) علماً بأن الموجات الكهرومغناطيسية تنتقل في الاتجاه x .



الشكل (3) يوضح الافلام الرقيقة متعددة الطبقات.

من الشكل الذى فيه المجال الكهربائي له مركبة في الاتجاه y (تكون متعامدة على الإحداثى x) بينما المجال المغناطيسى مركبته تكون في الاتجاه z فى حين المتجه الموجى سيكون $\mathbf{k} = k_x \hat{x}$.

وبالنظر إلى معادلات ماكسويل والتي يمكن كتابة الحلول الموجية لها في الصورة المركبة. وهذا يسمح بكتابة الدالة الموجية في هيئة نمط مكاني مضروباً في الدالة الأسية المركبة:

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}(x)e^{-i\omega t}, \mathbf{H}(x, t) = \mathbf{H}(x)e^{-i\omega t}$$

وبالتعويض بهذه الدوال في معادلات ماكسويل (5 و 6) ومن ثم أخذ الاشتقاق الزمني لتلك الدوال، يتم بذلك استنباط مسألة القيمة الذاتية للبلورة الفوتونية في بعد واحد.

$$\frac{1}{\epsilon(x)} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(x)}{\partial x^2} = -\lambda_E^2 \mathbf{E}(x) \quad (7)$$

حيث إن $(\lambda_E^2 = \frac{\omega^2}{c^2})$ هي الصيغة المستنتجة والتي تعرف بالمعادلة الموجية للمجال الكهربائي خلال الوسط الدوري.

بما أن الوسط دوري فإنه بالإمكان استعمال مبرهنة بلوخ [11] . وإعادة صياغة معادلة الموجة (7) بالصيغ الرياضية التالية:

$$\sum_m \kappa_m E_{j-m} \left(k + \frac{2\pi}{a} (j - m) \right)^2 = \lambda_E^2 E_j \quad (8)$$

وهذه المعادلة تعرف بمسألة القيمة الذاتية للمجال الكهربائي للبلورة الفوتونية في بعد واحد [14] [12] .

معالجة مسألة القيمة الذاتية للمجال المغناطيسي في بعد واحد:

المعادلة الموجية للمجال المغناطيسي يمكن بسهولة اشتقاقها من نظام معادلات ماكسويل ووضع $\lambda_H^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ فنحصل على الصورة التالية:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}(x) = \lambda_H^2 \mathbf{H}(x) \quad (9)$$

وبإعادة كتابة المعادلة الموجية (9) للمجال المغناطيسي في الوسط الدوري باستخدام مبرهنة بلوخ [11] تصبح المعادلة (9):

$$-\sum_{G'} \kappa(G - G') [(k + G') \cdot (k + G)] \mathbf{u}_{G'} = \lambda_H^2 \mathbf{u}_G \quad (10)$$

وتعرف هذه المعادلة بمسألة القيمة الذاتية للمجال المغناطيسي في بعد واحد . [16][14][11]

■ الشروط الحدودية (Boundary Conditions)

بما أن الدراسة تفترض بلورة فوتونية أحادية البعد ممتدة إلى ما لا نهاية. فإن النظام يمتلك دورية مكانية ومن ثم تطبيق شروط بلوخ الحدودية (Bloch's Boundary Conditions). والتي تنص على أن المجالات الكهرومغناطيسية في الوسط الدوري تحقق العلاقة:

$$\mathbf{H}(r + a) = \mathbf{H}(r)$$

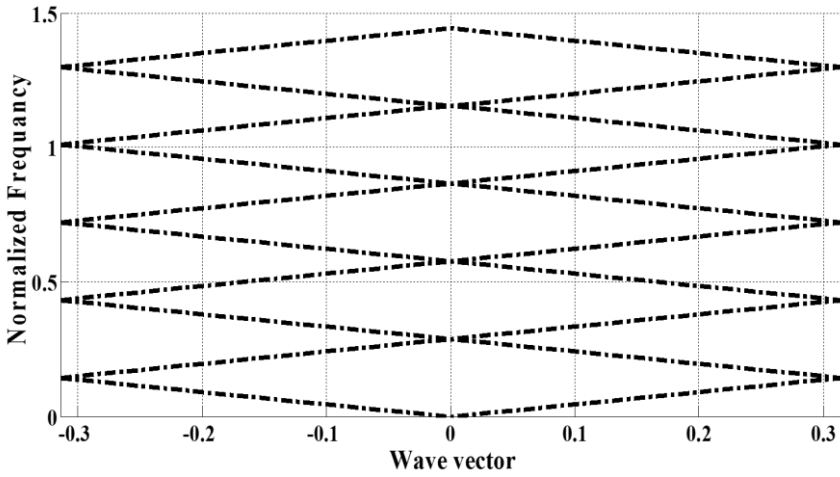
حيث أن a هو ثابت الشبكة. هذا يسمح باختزال مسألة الحساب من فضاء لا نهائي إلى منطقة بريلوان الأولى (First Brillouin Zone) فقط. مما يضمن دقة فيزيائية تمثل البلورة اللانهائية.

■ حدود التقارب ودقة الحسابات

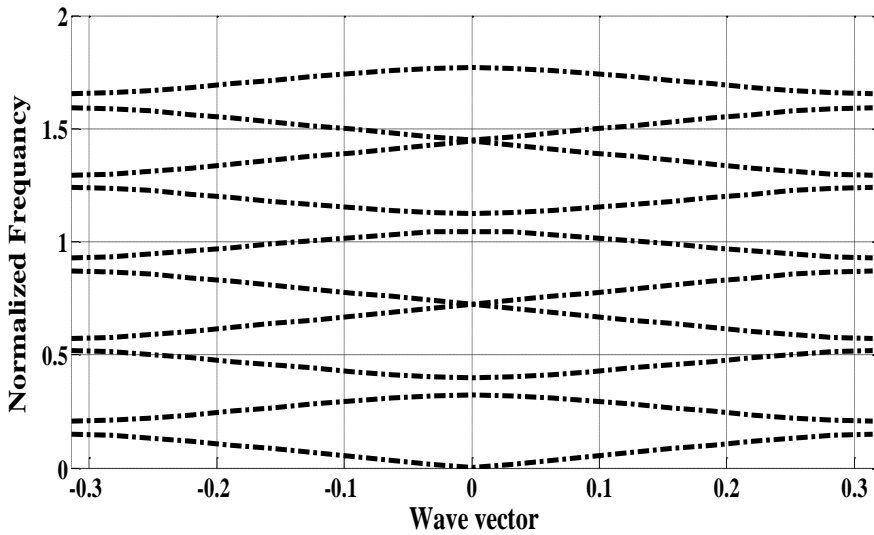
لضمان إستقرار قيمة عرض الفجوة الممنوعة، من ثم إجراء اختبار تقارب (Convergence Test) من خلال زيادة عدد الموجات المستوية N تدريجياً. لوحظ أن القيم الذاتية (Eigenvalues) للترددات الممنوعة تستقر تماماً عند استخدام $(N = 50)$ موجة مستوية حيث عند هذه القيمة تستقر قيمة عرض الفجوة وتكون نتيجة مقاربة جدا ودقيقة .

النتائج والحسابات

عند حل مسألة القيمة الذاتية في بعد واحد للأفلام الرقيقة المتعددة الطبقات، للنمطين المستعرض الكهربائي والمستعرض المغناطيسي وذلك لمعرفة مدى الترددات المسموحة. ومدى الترددات الممنوعة في الفجوة من خلال الحصول على علاقة التشتت للأفلام الرقيقة أحادية البعد. بحل مسائل القيم الذاتية (8) و (10) وذلك من خلال كتابة مصفوفة المؤثر التفاضلي باستخدام برنامج (MATLAB) لحساب القيم الذاتية. وبعد أن أدخلت القيم التالية في البرنامج ($N = 50$ و $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10$ و $f = 0.4$) ومن ثم الحصول على مخطط في بعدين وهو الشكل (4). والذي يمثل العلاقة البيانية بين التردد النسبي المعايير على المحور العمودي وبين المتجه الموجي على المحور الأفقي، فهذا الشكل يظهر مخطط علاقة التشتت (تركيبية النطاق الفوتوني). والذي يتحرك خلال وسط متجانس. وهذا المخطط يشير على أنه لا وجود لأي ترددات ممنوعة بين النطاقات نتيجة للتماثل الانتقالي المستمر.



الشكل (4): تركيبة النطاق الفوتوني للوسط المتجانس
 $a = 10, \epsilon_1 = \epsilon_2$



الشكل (5): تركيبة النطاق الفوتوني لنمطين المستعرض الكهربائي
 والمستعرض المغناطيسي لبلورة فوتونية أحادية البعد $\epsilon_1 = \frac{\epsilon_2}{4}$

بتغيير قيم ثابت العزل وذلك بإدخال القيم التالية في البرنامج ($\varepsilon_1 = 50$, $N = 10$, $\varepsilon_2 = 2.5$ و $f = 0.4$) ومن ثم الحصول على الشكل (5). وبمأن الفجوات والنطاقات تظهر بشكل متناوب على محور التردد . وحيث أن هذا المخطط يعطي أول تسع فجوات، وعشرة نطاقات بالاستطاعة من خلال تركيبة النطاق الفوتونية معرفة، وتحديد الترددات الممنوعة والترددات المسموحة. نلاحظ أن النمطين المستعرض الكهربائي، والمستعرض المغناطيسي لهما تركيبة النطاق الفوتونية نفسها في بعد واحد.

وبعد حساب القيم الذاتية ينبغي دراسة تأثير زيادة عدد الموجات المستوية على عرض الفجوة؛ ولأجل ذلك تم أخذ ستة من فجوات النطاق، لمعرفة تغير عرض كل فجوة مع زيادة عدد الموجات المستوية. بحيث يتم تحديد عرض كل فجوة نطاق من خلال الكمية (ω_r) والتي تعرف بالعرض النسبي للفجوة حيث إن $(\omega_r = \frac{\Delta\omega}{\omega_m})$ وتعرف الكمية $(\Delta\omega)$ على أنها الفرق بين ترددات النطاق العلوي والنطاق السفلي لكل فجوة نطاق. بينما تدل الكمية ω_m على متوسط الترددات للنطاقين العلوي والسفلي.

الجدول الآتي يوضح تأثير تغير ثابت العزل لكل طبقة على عرض الفجوات الثلاثة الأولى.

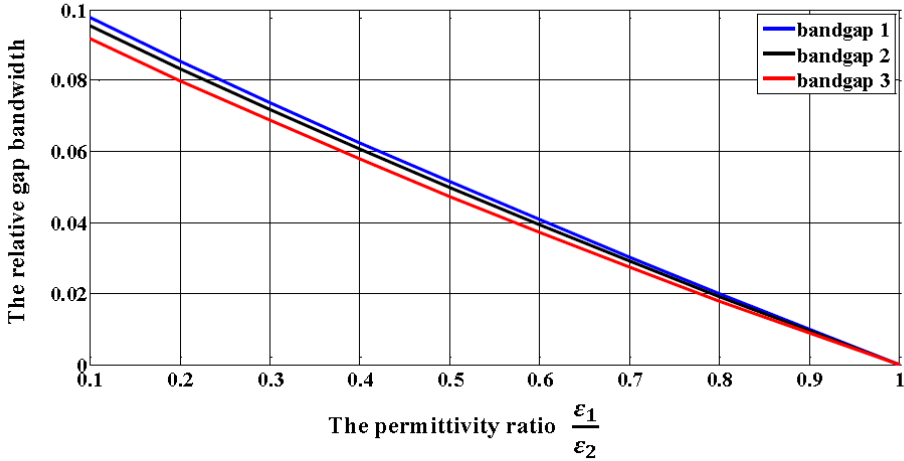
عرض الفجوة الثالثة	عرض الفجوة الثانية	عرض الفجوة الأولى	ε_2	ε_1	ر.م
0	0	0	10	10	1
0.855	0.894	0.0962	10	2.5	2

تأثير النسبة $(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2})$ على عرض الفجوة :

للنسبة $(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2})$ تأثير على عرض الفجوة، فعندما تكون النسبة $(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 1)$ فهذا يدل على أن الوسط الذي تنتشر فيه الموجات الكهرومغناطيسية هو وسط متجانس، وفي هذه الحالة لا تتولد فجوة تردد بين النطاقات. وهذا موضح في الشكل (4) . في حالة $(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \approx 1)$ تكون قريبة جداً من الواحد الصحيح . وهذا يدل على أن الوسط قريب من الوسط المتجانس. ويطلق عليه الوسط شبه المتجانس (nearly - homogeneous medium).

فيتضح بأن هذه الحالة مثل الحالة المتجانسة باستثناء اختلاف واحد فقط. وهو تولد فجوة بين الترددات المسموحة في النطاقات العليا والسفلى. وهذا يكشف على وجود نمط غير مسموح به في الأفلام الرقيقة أحادية البعد وهذا النمط الممنوع له تردد ضمن تردد الفجوة المتولدة. أما إذا كانت النسبة أقل بكثير من الواحد ($\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \ll 1$) يكون الوسط غير متجانس (nonhomogeneous medium).

لدراسة تأثير النسبة ($\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$) على عرض الفجوة النسبي ($\frac{\Delta\omega}{\omega_m}$) تمّ اعتبار فجوات النطاق الثلاث الأولى في الشكل (5)، بحساب عرض فجوة النطاق النسبي تبين أن عرض كل فجوة يزداد كلما قلت النسبة ($\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$) عن الواحد الصحيح والشكل (6) يبين هذه العلاقة. فيمأن الواحد الصحيح يقل عرض الفجوة إلى أن يصل الصفر. ويظهر من الشكل أيضاً أن فجوة النطاق الأولى تكون دائماً أعرض من أي فجوة نطاق أخرى. وهذه النتيجة ثابتة مهما تغيرت قيمة النسبة ($\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$) ولكن الذى يتأثر بهذه النسبة هو عرض كل فجوة نطاق على حدة [21].



الشكل (6): تأثير النسبة $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ على العرض النسبي للترددات

الـخلاصة

بـعد تصـميم ودراسة نموذج من الأفلام الرقيقة في بـعد واحد، من خلال الحصول على علاقة التشتت لها ومن ثم إجراء الحسابات لدراسة تغير وسلوك تلك الخطط [5][2] . [30][27][11] تعتبر خوارزمية تمديد الموجة المستوية [11] طريقة تقليدية في حساب علاقة التشتت . ولكن تستلزم زيادة كبيرة في عدد الموجات المستوية المستخدمة للحصول على أفضل استقرار للقيم الذاتية المتحصل عليها عند حل مسألة القيمة الذاتية. وبناء على ذلك نستنتج بأن هذه الطريقة ذات تقارب بطيء جداً للوصول إلى القيمة المستقرة.

المراجع

1. Almén,F. (2007).Band structure computationsfor dispersive photonic crystals. (MSc), Linköping University.available at: www.liu.diva-portal.org.
2. Busch,K. and John,S.,(1997), "Photonic band gap formation in certain self-organizing systems", PHYSICAL REVIEW E, Vol 58.
3. Chigrin,D.N.(2003).Electromagneticwavespropagationinphotoniccrystal swithincomplete photonicbandgap.Unpublishedthesis(PhD),Bergischen University.
4. Guo, S. and Albin, S., (2003),"Simple plane wave implementation for photoniccrystal calculations", OPTICS EXPRESS, Vol 11 No 2.
5. Hermann, D., Frank, M., Busch, K. and Wolfle, P. (2001),"Photonic band structure computations", OPTICS EXPRESS, Vol 8 No.3.
6. John, S., (1987), "Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Super lattice", PHYSICAL REVIEW LETTERS, Vol 58.No.23.
7. Joannopoulos, J.D. *et al.* (2008). Photonic Crystals Molding the Flow of Light, 2nd edition, New Jersey: Princeton University Press.
8. Kittel, C. (2005). Introduction to Solid State Physics, 8th edition, USA: John Wiley & Sons.

9. Liu, W. and Yang, T., (2006), "Photonic band gaps in a two-dimensional photonic crystal with open veins", *Solid State Communications*, Vol 140, pp 144-148, available at: www.sciencedirect.com
10. Lipson, R. and Lu, C., (2009), "Photonic crystals: a unique partnership between light and matter", *EUROPEAN JOURNAL OF PHYSICS*, Vol. 30, pp S33-S48.
11. Low, K.L., Jafri, M.Z. and Khan, S. (2009), "Band Gap Calculation Using the Plane Wave Expansion Method for Metallic Substrate Photonic Crystals (PC) with Air Rods in E Polarizing Mode", *CHINESE JOURNAL OF PHYSICS*, Vol 47 No. 6.
12. Lourtioz, J.M. *et al.* (2005). *Photonic Crystals Towards Nanoscale Photonic Devices*, Heidelberg: Springer.
13. Pillai, S.O. (2002). *Solid State Physics*, 5th edition, New Delhi: New Age International.
14. Sakoda, K. (2005). *Optical Properties of Photonic Crystals*, 2nd edition: Springer
15. Sakoda, K. (1995), "Transmittance and Bragg reflectivity of two-dimensional photonic lattices", *PHYSICAL REVIEW B*, Vol 52. No.12.
16. Torkashvand, F., Darvish, G. and Darabi, E. (2011), "Improvement of absolute band gap properties in 2D photonic crystals consist of GaAs rods in air background", *Journal of Theoretical and Applied Physics*, Vol. 4-4, pp 25-28.
17. Wangsness, R. (1979). *Electromagnetic Fields*, USA: John Wiley & Sons.
18. Yablonovitch, Eli. (1987), "Inhibited Spontaneous Emission Solid- State Physics and Electronics", *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, Vol 58. No.20.
19. Yablonovitch, E. (1993), " Photonic band-gap structures", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol 10. No.2.
20. ZHANG, Y., NI, Z., HAN, L., ZHANG, Z. and CHEN, H. (2011), "Study of improved plane wave expansion method on photonic crystal", *OPTOELECTRONICS AND ADVANCED MATERIALS – RAPID COMMUNICATIONS*, Vol. 5No. 1, pp. 870-873.
21. Zhao, J., Li., X., Zhong, L. and Chen, G. (2009), "Calculation of photonic band-gap of one dimensional photonic Crystal", *Journal of Physics:*

- Conference Series 183, available at: <http://iopscience.iop.org/1742-6596/183/1/012018>.
22. Zdanowicz, M. R. (2008). Numerical Analysis of Photonic Crystal Fibres. Unpublished thesis (MSc), University of Nottingham.
 23. ZHAO, Y. (2006). STUDY OF PHOTONIC CRYSTAL STRUCTURES BY THz-TDS. Unpublished thesis (PhD), Oklahoma State University.
 24. A. Benmerkhi, M. Bouchemat, T. Bouchemat N N. Paraire, J. Mater. Sci. Eng. 15, 012094 (2012).
 25. A. Harhouz, A. Hocini, J. Electromagn. Wave Appl.29, 659 (2015).
 26. A. Hocini, D. Khedrouche, J. Comput.Electron. 6, 0559 (2014).
 27. O. Bouleghlimat, A. Hocini, Phys. Scr. 89, 105502 (2014).
 28. A. Hocini, A. Bouchelaghem, D. Saigaa, M. Bouras,T. Boumaza, M. Bouchemat, J. Comput. Electron.12, 50 (2013).
 29. Islam, M.T.; Moctader, M.G.; Ahmed, K.; Chowdhury, S. Benzene Shape Photonic Crystal Fiber Based Plasma Sensor: Design and Analysis. Photonic Sens.(2018)

